

**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В ЭВМ  
ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭВМ**

**по дисциплине  
«ИНФОРМАТИКА»  
для студентов специальности 09.02.03  
«Программирование в компьютерных системах».**

**Учебно-методическое пособие**

**2017**

Учебно-методическое пособие «Представление информации в ЭВМ. Логические основы ЭВМ» предназначено для студентов специальности 09.02.03 «Программирование в компьютерных системах».

Данное учебно-методическое пособие представляет собой сборник лекций, опорных конспектов, примеров практических заданий для студентов первого курса по дисциплине «Информатика» и нацелено на формирование системного и алгоритмического мышления.

В учебном пособии анализируются свойства и виды информации, излагается материал по системам счисления, использующимся для представления числовой информации, по основам алгебры логики и рассматривается связь между алгеброй логики и двоичным кодированием. После каждого раздела предлагаются контрольные вопросы, тесты и задания для самостоятельной работы.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>ИНФОРМАЦИЯ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ.....</b>	<b>4</b>
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ.....	4
ВИДЫ ИНФОРМАЦИИ.....	5
КОДИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ.....	8
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ.....	10
<b>ИЗМЕРЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ.....</b>	<b>14</b>
СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ ПОДХОД К ИЗМЕРЕНИЮ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ.....	15
АЛФАВИТНЫЙ ПОДХОД К ИЗМЕРЕНИЮ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ.....	19
<b>ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ.....</b>	<b>21</b>
СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.....	21
ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ.....	22
ВОСЬМЕРИЧНАЯ И ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНАЯ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.....	24
ПЕРЕВОД ДЕСЯТИЧНЫХ ЧИСЕЛ В ДРУГИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.....	25
<b>ЛОГИКА В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКЕ.....</b>	<b>29</b>
ОБ ИСТОРИИ ЛОГИКИ.....	29
ЛОГИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ, ОПЕРАЦИИ, ВЫРАЖЕНИЯ.....	30
ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ.....	32
ЛОГИЧЕСКИЕ СХЕМЫ И ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ.....	33
<b>БУЛЕВА АЛГЕБРА.....</b>	<b>37</b>
ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА.....	37
ЗАКОНЫ ЛОГИКИ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ.....	38
РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.....	40
<b>Список литературы.....</b>	<b>42</b>

# **ИНФОРМАЦИЯ. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ**

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ**

Информация – от латинского *informatio* – сведения, разъяснения, изложение. Под информацией **в быту** (житейский аспект) понимают сведения об окружающем мире и протекающих в нем процессах, воспринимаемые человеком или специальными устройствами.

Под информацией **в технике** понимают сообщения, передаваемые в форме знаков или сигналов.

Под информацией **в теории информации** понимают не любые сведения, а лишь те, которые снимают полностью или уменьшают существующую до их получения неопределенность. По определению К. Шеннона, информация – это снятие неопределенности.

Под информацией **в кабинете** (теории управления), по определению Н. Винера, понимают ту часть знаний, которая используется для ориентирования, активного действия, управления, т.е. в целях сохранения, совершенствования, развития системы.

Под информацией **в семантической теории** (смысл сообщения) понимают сведения, обладающие новизной.

Под информацией в документалистике понимают все то, что так или иначе зафиксировано в знаковой форме в виде документов.

**Информация** – это отражение внешнего мира с помощью знаков и сигналов.

## **▮ Материал для запоминания**

Информация всегда связана с материальным носителем.

**Носитель информации** – среда для записи и хранения информации.

Носителем информации может быть:

- любой материальный предмет (бумага, камень, дерево, стол, классная доска, звездная пыль, мусор на полу и т.д.);
- волна различной природы: акустическая (звук), электромагнитная (свет, радиоволна), гравитационная (давление, притяжение) и т.д.;
- вещество в различном состоянии: концентрация молекул в жидком растворе, температура и давление газа и т.д.

Машинные носители информации: перфоленты, перфокарты, магнитные ленты, магнитные диски, оптические диски и т.д.

**Сигнал** – способ передачи информации.

Сигнал – физический процесс, имеющий информационное значение. Он может быть непрерывным или дискретным.

**Аналоговый сигнал** – сигнал, непрерывно изменяющийся по амплитуде и во времени (плавно меняющееся напряжение, ток или температура). Аналоговые сигналы используют, например, в телефонной связи, радиовещании, телевидении.

**Сигнал называется дискретным**, если он может принимать лишь конечное число значений в конечном числе моментов времени (дискретный – не непрерывный). Сигналы, несущие текстовую, символическую информацию, дискретны.

#### **Дискретные сигналы**

Сигналы светофора  
Сигналы, несущие текстовую информацию (буквы, слова, предложения, символы)  
Телеграфная азбука Морзе

#### **Аналоговые сигналы**

Изменение скорости автомобиля  
Влажность воздуха  
Напряжение, развиваемое микрофоном при разговоре перед ним, пении или игре на музыкальных инструментах  
Кардиограмма

### **ВИДЫ ИНФОРМАЦИИ**

Во-первых, по способу восприятия информации.

У человека пять органов чувств:

- зрение; с помощью глаз люди различают цвета, воспринимают зрительную информацию, к которой относятся и текстовая, и числовая, и графическая;
- слух: уши помогают воспринимать звуковую информацию – речь, музыку, звуковые сигналы, шум;
- обоняние: с помощью носа люди получают информацию о запахах окружающего мира;
- вкус; вкусовые рецепторы языка дают возможность получить информацию о том, каков предмет на вкус – горький, кислый, сладкий, соленый;
- осязание; кончиками пальцев (или просто кожей), наощупь можно получить информацию о температуре предмета – горячий он или холодный, о качестве его поверхности – гладкий или шершавый.

Человек получает информацию о внешнем мире с помощью своих органов чувств.

Во-вторых, по форме представления информации.

Рассмотрим только те виды информации, которые «понимают» технические устройства (в частности, компьютер).

**Текстовая информация**, например текст в учебнике, сочинение в тетради, реплика актера в спектакле, прогноз погоды, переданной по радио.

**Числовая информация**, например таблица умножения, арифметический пример, счет в хоккейном матче, время прибытия поезда и др. В чистом виде числовая информация встречается редко, разве что на контрольных по математике. Чаще всего используется комбинированная форма представления информации.

**Графическая информация:** рисунки, схемы, чертежи, фотографии. Такая форма представления информации наиболее доступна, так как сразу передает необходимый образ (модель), а словесная и числовая требуют мысленного воссоздания образа. В то же время графическая форма представления не дает исчерпывающих разъяснений о передаваемой информации. Поэтому наиболее эффективно сочетание текста, числа и графики.

**Музыкальная (звуковая) информация.** В настоящее время мультимедийная (многосредовая, комбинированная) форма представления информации в вычислительной технике становится основной. Цветная графика сочетается в этих системах со звуком и текстом, с движущимися видеоизображением и трехмерными образами.

В-третьих, по общественному значению информации.

Информация может быть:

- личной – это знания, опыт, интуиция, умения, эмоции, наследственность конкретного человека;
- общественной – общественно-политическая, научно-популярная, т.е. то, что мы получаем из средств массовой информации. Кроме того, это опыт всего человечества, исторические, культурные и национальные традиции и др.;
- обыденная – та, которой мы обмениваемся в процессе общения;
- эстетическая – изобразительное искусство, музыка, театр и др.;
- специальная – научная, производственная, техническая, управленческая.

### *▮ Материал для запоминания*

<b>Виды классификации информации</b>		
<b>По способам восприятия</b>	<b>По форме представления</b>	<b>По общественному значению</b>
Визуальная Аудиальная Тактильная Обонятельная Вкусовая	Текстовая Числовая Графическая Музыкальная Комбинированная	Массовая: обыденная; общественно-политическая; эстетическая Специальная: научная; производственная; техническая; управленческая. Личная: знания; умения; интуиция

## **Свойства информации**

Информация нам нужна для того, чтобы принимать правильные решения. Рассмотрим свойства информации, т.е. ее качественные признаки.

1. **Объективность информации.** Информация – это отражение внешнего мира, а он существует от нашего сознания и желания. Поэтому в качестве свойства информации можно выделить ее объективность. Информация объективна, если она не зависит от чьего-либо мнения, суждения. Объективную информацию можно получить с помощью исправленных датчиков, измерительных приборов. Но, отражаясь в сознании конкретного человека, информация перестает быть объективной, так как преобразовывается (в большей или меньшей степени) в зависимости от мнения, суждения, знания или «вредности» конкретного субъекта.

2. **Достоверность информации.** Информация достоверна, если она отражает истинное положение дел. Объективная информация всегда достоверна, но достоверная информация может быть как объективной, так и субъективной.

Достоверная информация помогает принять нам правильное решение.

Недостоверной информация может быть по следующим причинам:

- преднамеренное искажение (дезинформация);
- искажение в результате воздействия помех («испорченный телефон»);
- когда значение реального факта преуменьшается или преувеличивается (слухи, рыбацкие истории).

3. **Полнота информации.** Информацию можно назвать полной, если ее достаточно для понимания и принятия решения. Неполная информация может привести к ошибочному выводу или решению. Не зря русская пословица гласит: «Недоученный хуже неученого».

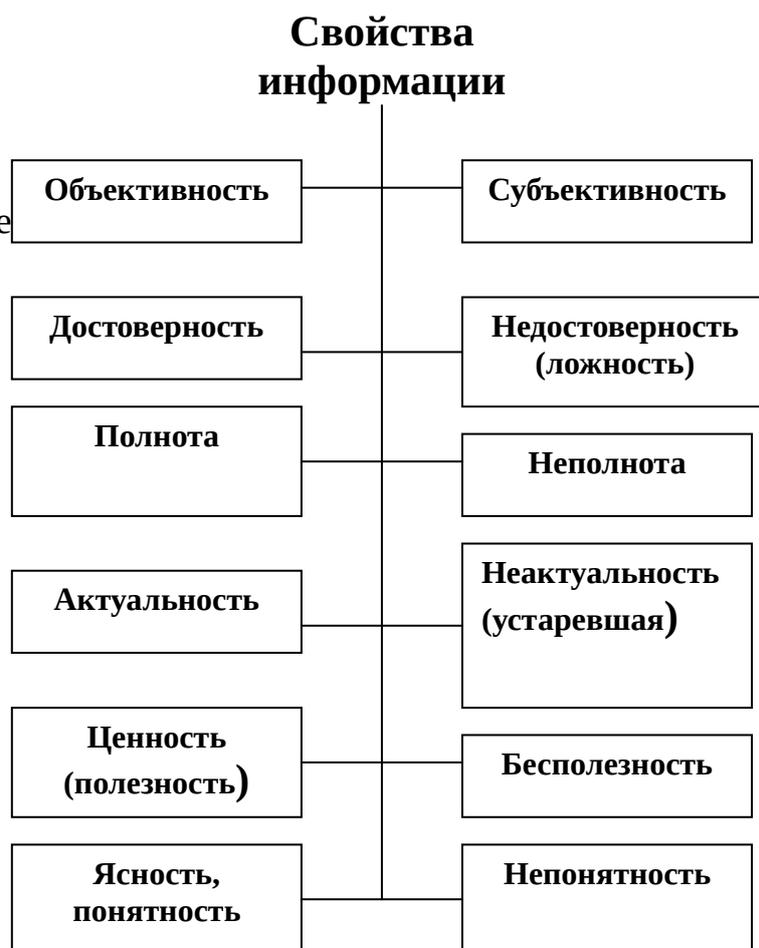
4. **Актуальность (своевременность) информации** – важность, существенности для настоящего времени. Только вовремя получения информации может принести необходимую пользу. Неактуальной информация может быть по двум причинам: она может быть устаревшей (прошлогодняя газета) либо незначимой, ненужной (например, сообщение о том, что в Италии снижены цены на 5%).

5. **Полезность или бесполезность (ценность) информации.** Полезность информации оценивается по тем задачам, которые мы можем решить с ее помощью. Самая ценная для нас информация – достаточно полезная, полная, объективная, достоверная и новая. При этом примем во внимание, что небольшой процент бесполезной информации даже помогает, позволяя отдохнуть на неинформативных участках текста. А самая полная, самая достоверная информация не может быть новой.

С точки зрения техники свойство полезности рассматривать бессмысленно, так как задачи машине ставит человек.

## ▮ *Материал для запоминания*

1. Информация **объективна**, если она не зависит от чьего-либо мнения, суждения.
2. Информация **достоверна**, если она отражает истинное положение дел.
3. Информация **полна**, если ее достаточно для понимания и принятия решения.
4. Информация **актуальна** (своевременна), если она важна для настоящего времени.
5. **Полезность** информации оценивается по тем задачам, которые мы можем решить с ее помощью.
6. Информация **понятна**, если она выражена на языке, доступном для получателя.



## **КОДИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИИ**

Обычно каждый образ при кодировании (шифровке) представляется отдельным знаком.

### ▮ *Материал для запоминания*

**Знак** – это элемент конечного множества отличных друг от друга элементов. Знак вместе с его смыслом называют символом.

Набор знаков, в котором определен их порядок, называется **алфавитом**.

Алфавит, состоящий из двух знаков, называется **двоичным алфавитом**.

Код (фр. code – кодекс, свод законов). Начиная с середины XIX в. это слово помимо основного значения означало книгу, в которой словам естественного языка были сопоставлены группы цифр или букв.

**Кодом** называется правило для преобразования одного набора знаков в другой набор знаков.

Кодированием называется процесс преобразования одного набора знаков в другой набор знаков.

**Кодирование** – способ хранения и передачи информации, форма представления ее на носителе.

**Шифрование** – это тоже кодирование сообщения отправителем, но такое, чтобы оно было непонятно несанкционированному пользователю.

**Длиной кода** называется такое количество знаков, которое используется при кодировании.

Количество символов в алфавите кодирования и длина кода – совершенно разные вещи. Например, в русском алфавите 33 буквы, а слова могут быть длиной в 1, 2, 3 и т.д. буквы.

Код может быть постоянной и непостоянной длины. Коды различной (непостоянной) длины в технике используются довольно редко. Исключением является лишь троичный код Морзе. В вычислительной технике в настоящее время широко используется двоичное кодирование с алфавитом {0,1}. Наиболее распространенными кодами являются ASCII (American standard code for information interchange – американский стандартный код для обмена информацией) и КОИ-8 (код обмена информацией длиной 8 бит).

Одно и то же сообщение можно закодировать разными способами, т.е. выразить на разном языке. В процессе развития человеческого общества люди работали большое число языков кодирования. К ним относятся:

- разговорные языки (русский, английский, хинди и др. – всего более 2000);
- язык мимики и жестов;
- язык рисунков и чертежей;
- язык науки (математические, химические, биологические и другие символы);
- язык искусства (музыки, живописи, скульптуры и т.д.);
- специальные языки (эсперанто, морской семафор, азбука Морзе, азбука Брайля для слепых и др.).

В специальных языках особо выделим **языки программирования**. Программирование – кодирование информации на языке, «понятном» компьютеру.

## **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ**

Информация не существует сама по себе. Она проявляется в информационных процессах.

Процессы, связанные с поиском, хранением, передачей, обработкой и использованием информации, называются **информационными процессами**.

Методы поиска информации:

- непосредственное наблюдение;
- общение со специалистами по интересующему вас вопросу;
- чтение соответствующей литературы;
- просмотр видео, телепрограмм;
- прослушивание радиопередач и аудиокассет;
- работа в библиотеках, архивах;
- запрос к информационным системам, базам и банкам компьютерных данных;
- другие методы.

**Совет:** используйте разнообразные методы поиска информации, это поможет вам собрать более полную информацию и повысит вероятность принять вами правильного решения.

Понять, что искать, столкнувшись с той или иной жизненной ситуацией, осуществить процесс поиска – вот умения, которые становятся решающими на пороге III тысячелетия.

### **Хранение информации**

Сбор информации не является самоцелью. Чтобы полученная информация могла использоваться, причем многократно, необходимо ее хранить.

**Хранение информации** – это способ распространения информации в пространстве и времени.

Способ хранения информации зависит от ее носителя (книга-библиотека, картина-музей, фотография – альбом).

<b>Основное хранилище информации</b>		
<b>для человека</b>	<b>для общества</b>	<b>компьютерное хранилище</b>
память	Библиотеки, видеотеки, фонотеки, архивы, патентные бюро, музеи, картинные галереи	базы и банки данных, информационно-поисковые системы, электронные энциклопедии, медиатеки

### **Поиск информации**

**Поиск информации** – это извлечение хранимой информации.

Существуют ручной и автоматизированный методы поиска информации в хранилищах.

Совет: чтобы не утонуть в море информации, учитель отбирает только полезную для решения стоящей перед вами задачи. Не уподобляйте свою голову мусорному ящику, куда сваливают все без разбора.

### **Передача информации**

В процессе передачи информации обязательно участвуют **источник** и **приемник** информации: первый передает информацию, второй ее получает. Между ними действует канал передачи информации – **канал связи**.

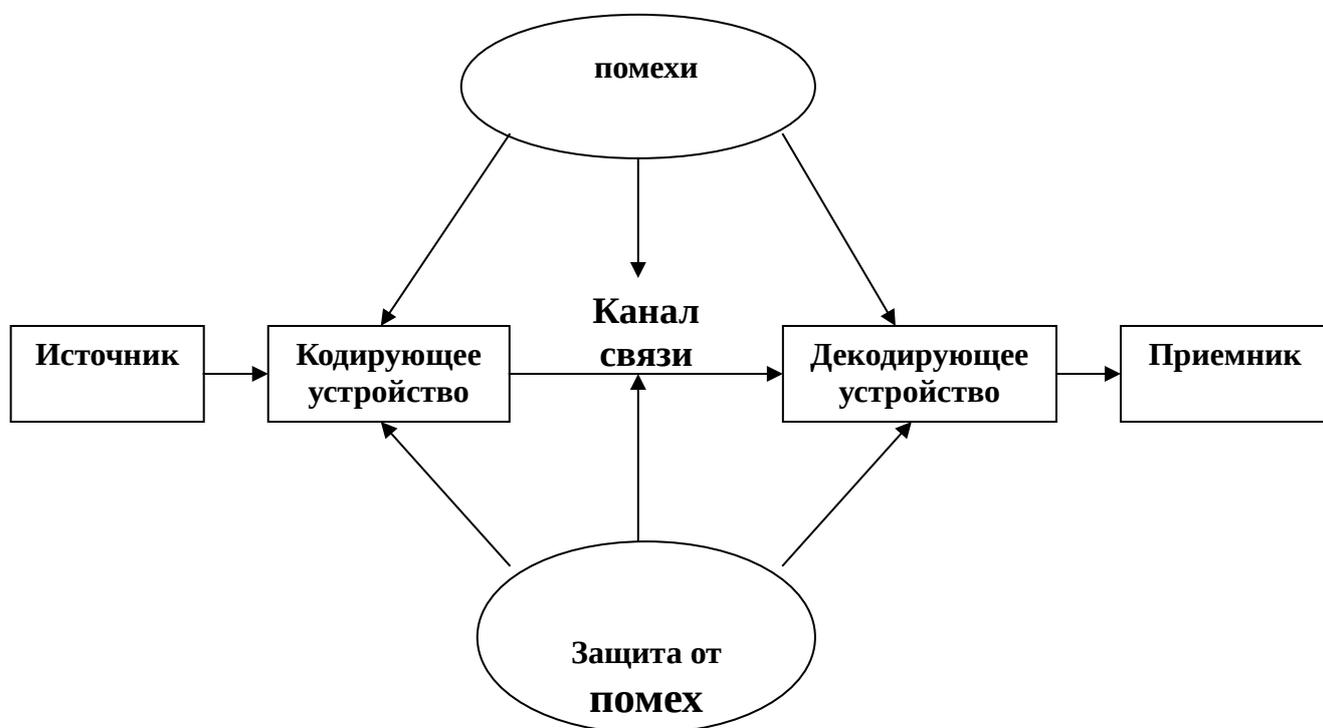
**Канал связи** – совокупность технических устройств, обеспечивающих передачу сигнала от источника к получателю.

**Кодирующее устройство** – устройство, предназначенное для преобразования исходного сообщения источника информации к виду, удобному для передачи.

**Декодирующее устройство** – устройство для преобразования кодированного сообщения в исходное.

Деятельность людей всегда связана с передачей информации, но информацию могут передавать друг другу не только люди, но и животные и растения.

В процессе передачи информации может теряться и искажаться: искажение звука в телефоне, атмосферные помехи в радио, искажение или затемнение изображения в телевидение, ошибки при передаче в телеграфе. Эти помехи, или, как их называют специалисты, **шумы**, искажают информацию. К счастью, существует наука, разрабатывающая способы защиты информации, - **криптология**.



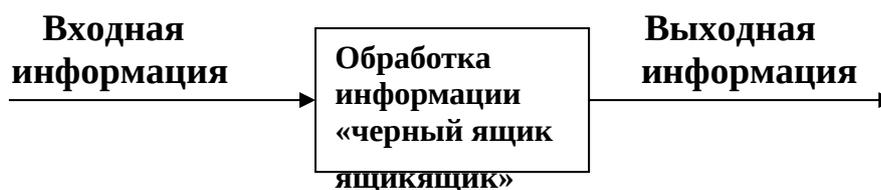
## Обработка информации

**Обработка информации** – преобразование информации из одного вида в другой, осуществляемое по строгим формальным правилам.

Примеры обработки информации

Примеры	Входная информация	Выходная информация	Правило
Таблица умножения	Множители	Произведение	Правила арифметики
Определение время полета рейса «Москва-Симферополь»	Время вылета из Москвы и время прилета в Симферополь	Время в пути	Математическая формула
Отгадывание слова в игре «Поле чудес»	Количество букв в слове и тема	Отгаданное слово	Формально не определено
Полечение секретных сведений	Шифровка от резидента	Дешифрованный текст	Свое в каждом конкретном случае
Постановка диагноза болезни	Жалобы пациента + результаты анализов	Диагноз	Знания + опыт врача

Обработка информации по принципу «черного ящика» - процесс, в котором пользователю важно и необходимо лишь входная и выходная информация, но правила, по которым происходит преобразование, его не интересуют и не принимаются во внимание.



«Черный ящик» - это система, в которой внешнему наблюдателю доступна лишь информация на входе этой системы, а строение и внутренние процессы неизвестны.

Возможность **автоматизированной** обработки информации основывается на том, что обработка информации **не подразумевает ее осмысления**.

## Защита информации

Современный мир очень хрупок, взаимосвязан и взаимозависим. Информация, циркулирующая в системах управления и связи, способна

вызвать крупномасштабные аварии, военные конфликты, дезорганизацию деятельности научных центров и лабораторий, разорение банков и коммерческих организаций. Поэтому информацию нужно уметь защищать от утечки, искажения, потери.

Развитие промышленных производств принесло огромное количество новых знаний, и одновременно возникла необходимость часть этих знаний хранить от конкурентов, защищать их. Информация давно уже стала продуктом и товаром, который можно купить, продать, обменять на что-то другое.

**Защитой информации называется предотвращение:**

- доступа к информации лицам, не имеющим соответствующего разрешения (несанкционированный, нелегальный доступ);
- непредумышленного или недозволенного использования, изменения или разрушения информации.

***Использование информации***

Информация используется при принятии решений.

Достоверность, полнота, объективность полученной информации обеспечат вам возможность принять правильное решение.

Ваша способность ясно и доступно излагать информацию пригодится в общении с окружающими.

Умение общаться, т.е. обмениваться информацией, становится одним из главных умений человека в современном мире.

**Компьютерная грамотность предполагает:**

- знание назначения и пользовательских характеристик основных устройств компьютера;
- знание основных видов программного обеспечения и типов пользовательских интерфейсов;
- умение производить поиск, хранение, обработку текстовой, графической, числовой информации с помощью соответствующего программного обеспечения.

**Информация культуры пользователя включает в себя:**

- понимание закономерностей информационных процессов;
- знание основ компьютерной грамотности;
- технические навыки взаимодействия с компьютером;
- эффективное применение компьютера как инструмента;
- привычка своевременно обращаться к компьютеру при решении задач из любой области, основанная на владении компьютерными технологиями;
- применение полученной информации в практической деятельности.

Образование нужно человеку для того, чтобы с достоинством выйти из любой жизненной ситуации.

## ИЗМЕРЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ

В технике (теория кодирования и передачи сообщений) под количеством информации понимают количество кодируемых, передаваемых или хранимых символов.

### ▮ *Материал для запоминания*

**Бит** – двоичный знак двоичного алфавита {0,1}. Бит – минимальная единица измерения информации.

**Байт** – единица количества информации в системе СИ. Байт – это восьмиразрядный двоичный код, с помощью которого можно представить один символ. При вводе в ЭВМ символа с клавиатуры машине передает 1 байт информации.

Единицы измерения информации в вычислительной технике		
1 бит		
1 байт	8 бит	
1 Кбайт (килобайт)	$2^{10}$ байт = 1024 байт	- 1 тыс. байт
1 Мбайт (мегабайт)	$2^{10}$ Кбайт = $2^{20}$ байт	- 1 млн. байт
1 Гбайт (гигабайт)	$2^{10}$ Мбайт = $2^{30}$ байт	- 1 млрд. байт

Информационный объем сообщения (информационная емкость сообщения) – количество информации в сообщении, измеренное в битах, байтах или производных единиц (Кбайт, Мбайтах и т.д.).

В теории информации количеством информации называют числовую характеристику сигнала, не зависящую от его формы и содержания и характеризующую неопределенность, которая исчезает после получения сообщения в виде данного сигнала. В этом случае количество информации зависит от вероятности получения сообщения о том или ином событии.

Для абсолютно достоверного события (событие обязательно произойдет, поэтому его вероятность равна 1) количество вероятности в сообщении о нем равно 0. Чем невероятнее событие, тем большую информацию о нем несет сообщение.

Лишь при равновероятных ответах ответ «да» или «нет» несет 1 бит информации.

Подходы к измерению количества информации в сообщении отличаются определениями самого понятия «информация».

**Содержательный подход** к измерению информации основан на том, что информация – это снятая неопределенность.

**Алфавитный подход** исходит из того, что любое сообщение можно закодировать конечной последовательностью символов некоторого алфавита.

## СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ ПОДХОД К ИЗМЕРЕНИЮ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ

Даны два слова стол и table. Необходимо сравнить количество информации в этих словах.

По количеству символов в первом слове информации меньше, но многие могут заметить, что смысл обоих слов одинаков; не знакомые с английским языком могут сказать, что для них первое слово более информативно.

Таким образом, возникает проблема - как измерить количество полученной информации не с технической точки зрения (с точки зрения количества символов), а с точки зрения ее содержания.

**Содержательный подход** подразумевает оценку содержания полученной информации с точки зрения ее полезности. При этом под полезной частью информации понимается та часть сообщения, которая снимает полностью или уменьшает существовавшую до ее получения неопределенность какой-то ситуации.

Впервые такую трактовку информации ввел американский ученый и инженер Клод Шеннон в своей работе «Математическая теория связи» в 1956 году.

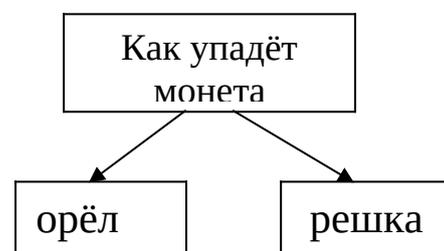
Под информацией Клод Шеннон понимал не любые сведения, а лишь те, которые снимают полностью или уменьшают существовавшую до их получения неизвестность (неопределенность).

**Пример 1.** На улице идет дождь – неопределенность. Вас спрашивают – есть ли на улице дождь? Получив ответ, степень информированности о погоде на улице изменилась. Как?

Если вы ответили «Да», то увеличилась. Но, если вы ответили «Нет», то тоже увеличилась! (Знаем, что дождя нет.). Одинаковое ли количество информации в этих двух ответах? Иными словами, в одинаковой ли степени уменьшилась неопределенность, которая была до этого? Да.



**Пример 2.** Бросим монету. Она упадет «орлом» или «решкой», о чем заранее мы не знаем, т.е. существует неопределенность. Одинаковое ли количество информации содержит каждое из двух возможных сообщений о том, какой стороной упадет монета? Вопрос: одинакова ли вероятность падения монеты орлом или решкой? Да, одинакова.

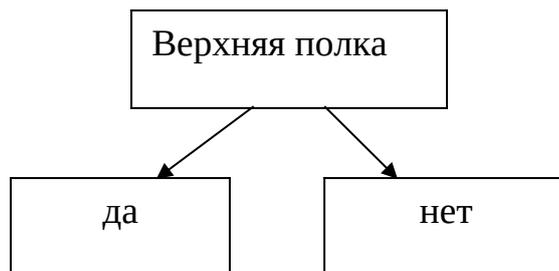


Так мы подошли к определению единицы измерения количества информации – 1 бит – с точки зрения содержательного подхода:

1 бит – это количество информации в сообщении об одном из двух равновероятных событий

В нашем случае количество информации в сообщении о том, что монета упала, например, решкой, равно 1 биту. И вообще, в любом ответе на вопрос, предполагающем два варианта ответа (да или нет, орел или решка, черное или белое и т.п. ), содержится 1 бит информации.

**Пример 3.** Книга лежит на одной из двух полок – верхней или нижней (неопределенность). Во сколько раз уменьшится неопределенность после сообщения, что книга лежит на верхней полке? (В два раза).



Неопределенность снимается полностью? Да.  
 Каково количество информации в ответе на заданный вопрос?  
 1 бит – на вопрос существует только два варианта ответа.

**Пример 4.** Аналогичен примеру 3, но полок четыре.

В этом случае один вопрос (один ответ) уменьшает неопределенность, но не снимает ее полностью. Сколько надо задать вопросов, чтобы точно знать, на какой полке лежит книга? (Два.)

**Некоторые итоги.** Сведем все полученные сведения в таблицу:

Общее число возможных событий N	Количество информации в сообщении о том, что произошло одно из событий, бит
2	1
4	2
8	3
32	5

Как связаны между собой величина N и количество информации?  
 Если количество информации обозначить буквой i, то :

$$2^i = N \quad (1)$$

Полученная формула называется «**формулой Хартли**»

Формула Хартли – это показательное уравнение. Если i – неизвестная величина, то решением уравнения (1) будет:

$$i = \log_2 N \quad (2)$$

Формулы (1) и (2) тождественны друг другу. Иногда в литературе формулой Хартли называют (2).

**Вопрос:** от чего зависит количество информации в сообщении о том, что произошло одно из нескольких возможных (равновероятных) событий?

Можно сказать, что количество бит информации в таком сообщении совпадает с минимальным количеством вопросов, которые необходимо задать, чтобы полностью снять неопределенность и узнать, какое из событий произошло.

### *ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ*

1. Если бы в рассмотренной игре было загадано число от 1 до 16, то сколько вопросов надо задать, чтобы его угадать? Сколько информации будет получено?
2. Объявляют оценки за контрольную работу. Сколько информации содержит сообщение об оценке очередного ученика? Принять, что все оценки 2, 3, 4 и 5 равновероятны.
3. Проводится лотерея «5 из 64». Первым достали шар с № 8. Сколько информации в этом сообщении?
4. В колоде 32 карты. Сколько информации содержится в сообщении о том, что из колоды достали «даму пик»?
5. При угадывании целого числа в диапазоне от 1 до N было получено 6 бит информации. Чему равно N?
6. Сообщение о том, что ваш друг живет на 5 этаже несет 4 бита информации. Сколько этажей в доме?
7. Была получена телеграмма: «Встречайте, вагон 7». Известно, что в составе поезда 16 вагонов. Какое количество информации было получено?
8. В школьной библиотеке 16 стеллажей с книгами. На каждом стеллаже 8 полок. Библиотекарь сообщила ученику, что нужная ему книга находится на пятом стеллаже на третьей полке сверху. Какое количество информации получил ученик?
9. В коробке лежат 7 разноцветных карандашей. Какое количество информации содержит сообщение о том, что из коробки достали красный карандаш?
10. Какое количество информации несет сообщение о том, что встреча состоится в сентябре?
11. Решить уравнение:  $8^x \text{ бит} = 32 \text{ Кб}$

**ТЕСТ ПО ТЕМЕ**  
**«ИЗМЕРЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ. СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ ПОДХОД»**

1. Что из нижеперечисленного не является информацией с точки зрения Клода Шеннона?
  - a) LIRO CAS;
  - b) Сегодня на улице 10 градусов мороза;
  - c) Хранение, обработка и передача – основные информационные процессы;
  - d)  $24 * 15 = 3604$
  - e) Лед – твердое состояние воды.
2. «Вы выходите на следующей остановке?» - спросили человека в автобусе. «Нет» - ответил он. Сколько бит информации содержит его ответ?
3. Сколько вопросов надо задать, чтобы отгадать задуманное целое число от 1 до 64?
4. Сообщение «Алиса живет в доме № 23 на улице Вишневая» содержит 5 бит информации. Сколько всего домов на улице?
5. Сколько информации содержит красный сигнал светофора?
  - a) 1 бит;
  - b) больше одного, но меньше двух битов;
  - c) 3 бита;
  - d) больше двух битов.
6. Во время игры в кости на игральном кубике выпало число 1. Сколько информации содержит это сообщение?
  - a) 1 бит;
  - b) 2 бита;
  - c) больше двух, но меньше трех битов;
  - d) больше одного, но меньше двух битов;
  - e) 6 бит.
7. Сколько бит информации получит второй игрок после первого хода первого игрока в игре «Крестики - нолики» на поле размером  $4*4$ ?
8. Проводятся две лотереи: «4 из 32» и «5 из 64». В каждой из них достали по одному шару. Сообщение о результате какой лотереи несет больше информации?
  - a) «4 из 32»;
  - b) «5 из 64»;
  - c) количество информации одинаково;
  - d) вычислить количество информации невозможно.

## АЛФАВИТНЫЙ ПОДХОД К ИЗМЕРЕНИЮ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ

Алфавитный подход позволяет определить количество информации, заключенной в тексте.

**Алфавит** – множество символов, используемых для записи текста.

**Мощность (размер алфавита)** – полное количество символов в алфавите.

Будем использовать следующие обозначения:

**N** – мощность алфавита;

**K** – количество символов в тексте;

**i** – количество информации, которое несет каждый символ алфавита;

**I** – объем информации, содержащийся в тексте.

Если допустить, что все символы алфавита встречаются в тексте с одинаковой частотой (равновероятно), то количество информации, которое несет каждый символ, вычисляется по формуле:

$$i = \log_2 N \text{ или } 2^i = N$$

Если весь текст состоит из K символов, то при алфавитном подходе размер содержащейся в нем информации равен:

$$I = K * i = K * \log_2 N.$$

Для представления текста в компьютере используется алфавит из 256 символов. Значит, один символ компьютерного текста несет в себе 8 бит (1 байт) информации, так как  $2^8 = 256$ .

**Пример 1.** Книга, набранная с помощью компьютера, содержит 150 страниц, на каждой странице – 40 строк, в каждой строке – 60 символов. Каков объем информации в книге?

**Решение:**  $150 * 40 * 60 = 360\,000$  – количество символов во всей книге. Если в компьютерном тексте 1 символ несет в себе 1 байт информации, то объем информации в книге равен  $360\,000 * 1 \text{ байт} = 360\,000 \text{ байт}$ . Переведем в другие единицы измерения:

$$\frac{360000}{1024} = 351,5625 \text{ Кб}, \quad \frac{351,5625}{1024} = 0,34332275 \text{ Мб}$$

**Пример 2.** Можно ли уместить на одну дискету книгу, имеющую 432 страницы, причем на каждой странице этой книги 46 строк, а в каждой строке 62 символа?

**Решение:** В книге  $432 * 46 * 62 = 1\,232\,064$  символа. Для кодирования 1 символа требуется 1 байт. Следовательно, объем информации всей книги равен  $1\,232\,064 \text{ байт} = 1,17 \text{ Мб}$ . Так как на дискету помещается 1,44 Мб, то книга может поместиться на дискету.

**Пример 3.** Сколько килобайт составляет сообщение, содержащее 12888 бит? **Решение:**  $12888/8/1024 = 1,5 \text{ Кб}$ .

**Пример 4.** Одно племя имеет 32–символьный алфавит, а второе племя – 64–символьный алфавит. Вожди племени обменялись письмами. Письмо первого племени содержало 80 символов, а письмо второго племени – 70 символов. Сравните объем информации, содержащейся в письмах.

**Решение:** Первое племя:  $2^i = 32$ ,  $i = 5$  бит – количество информации, которое несет каждый символ,  $5 * 80 = 400$  бит.

Второе племя:  $2^i = 64$ ,  $i = 6$  бит – количество информации, которое несет каждый символ,  $6 * 70 = 420$  бит.

Следовательно, письмо второго племени несет больше информации.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Сообщение, записанное буквами 64 – символьного алфавита, содержит 20 символов. Какой объем информации оно несет?
2. Информационное сообщение объемом 1.5 Кб (I) содержит 3072 (K) символа. Сколько символов (N) содержит алфавит, при помощи которого было написано это сообщение?
3. Объем сообщения, содержащего 2048 (K) символов, составил  $\frac{1}{512}$  Мб (I). Каков размер алфавита (N), с помощью которого записано сообщение?
4. Сколько символов (K) содержит сообщение, записанное с помощью 16-символьного алфавита (N), если объем этого сообщения составил  $\frac{1}{16}$  Мб (I)?
5. Для записи сообщения использовался 64-символьный алфавит (N). Каждая строка содержит 30 строк. Все сообщение содержат 8775 байт информации (I) и занимает 6 страниц. Сколько символов в строке?
6. Сообщение занимает 2 страницы и содержит  $\frac{1}{16}$  Кб информации (I). На каждой странице записано 256 символов. Какова мощность использованного алфавита (N)?
7. ДНК человека (генетический код) можно представить себе как некоторое слово в четырехбуквенном алфавите (N), где каждой буквой помечено звено цепи ДНК (нуклеотид). Сколько информации (в битах) содержит цепочка ДНК человека, содержащая примерно  $1.5 * 10^{23}$  нуклеотидов (K)?

# ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

## СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Каждый нормальный человек умеет записывать и читать числа, но редко кто задумывается, почему это делается именно так, а не по-другому. Как и многое другое в истории развития человечества, используемая нами форма записи чисел не была придумана сразу, а совершенствовалась в течение тысяч лет.

**Система счисления** – это способ представления чисел и соответствующие ему правила действия над числами. Разнообразные системы счисления, которые существовали раньше и которые используются в наше время, можно разделить на **позиционные** и **непозиционные**. Знаки используемые при записи чисел, называются **цифрами**.

В **непозиционных системах счисления** от положения цифры в записи числа не зависит величина, которую она обозначает.

Примером непозиционной системы счисления является римская система (римские цифры). В римской системе в качестве цифр используются латинские буквы: **I** – 1; **V** – 5; **X** – 10; **L** – 50; **C** – 100; **D** – 500; **M** – 1000.

В римских числах цифры записываются слева направо в порядке убывания. В таком случае их значения складываются. Если же слева записана меньшая цифра, а справа – большая, то их значения вычитаются.

**Пример**  $VI = 5 + 1 = 6$ ,  $IV = 5 - 1 = 4$ .

$MCMXCVIII = 1000 + (-100 + 1000) + (-10 + 100) + 5 + 1 + 1 + 1 = 1998$ .

В **позиционных системах счисления** величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от ее позиции. Количество используемых цифр называется **основанием** позиционной системы счисления.

Система счисления, применяемая в современной математике, является позиционной десятичной системой. Ее основание равно десяти, т.к. запись любых чисел производится с помощью десяти цифр: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**

Позиционный характер этой системы легко понять на примере любого многозначного числа. Например в числе 333 первая тройка означает три сотни, вторая - три десятка, третья - три единицы.

Для записи чисел в позиционной системе счисления с основанием  $n$  нужно иметь алфавит из  $n$  цифр. Обычно для этого при  $n < 10$  используют  $n$  первых арабских цифр, а при  $n > 10$  к десяти арабским цифрам добавляют буквы. Вот примеры алфавитов нескольких систем.

Основание	Название	Алфавит
$n = 2$	двоичная	0 1
$n = 3$	троичная	0 1 2
$n = 8$	восьмеричная	0 1 2 3 4 5 6 7
$n = 16$	шестнадцатеричная	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Если указать основание системы, к которой относится число, то оно приписывается нижним индексом. Например:  $101101_2$ ,  $3671_8$ ,  $3B8F_{16}$

В системе счисления с основанием  $q$  ( $q$ -ичная система счисления) единицами разрядов служат последовательные степени числа  $q$ .  $q$  единиц какого-либо разряда образуют единицу следующего разряда. Для записи числа в  $q$ -ичной системе счисления требуется  $q$  различных знаков (цифр), изображающих цифры от  $0, 1, \dots, q-1$ . Записать числа  $q$  в  $q$ -ичной системе счисления имеет вид  $10$ .

**Развернутой формой** записи числа называется запись в виде

$$A_q = (a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m}).$$

Здесь  $A_q$  – само число,  $q$  – основание системы счисления,  $a_i$  – цифры данной системы счисления,  $n$  – число разрядов целой части числа,  $m$  – число разрядов дробной части числа.

**Пример.** Получить развернутую форму десятичных чисел 32478; 26,387.

$$32478_{10} = 3 * 10000 + 2 * 1000 + 4 * 100 + 7 * 10 + 8 = \\ 3 * 10^4 + 2 * 10^3 + 4 * 10^2 + 7 * 10^1 + 8 * 10^0$$

$$26,387_{10} = 2 * 10^1 + 6 * 10^0 + 3 * 10^{-1} + 8 * 10^{-2} + 7 * 10^{-3}$$

**Пример 6.** Все числа  $112_3$ ,  $101101_2$ ,  $15FC_{16}$ ,  $101,11_2$  перевести в десятичную систему.

$$112_3 = 1 * 3^2 + 1 * 3^1 + 2 * 3^0 = 14_{10}$$

$$101101_2 = 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$$

$$15FC_{16} = 1 * 16^3 + 5 * 16^2 + F * 16^1 + 12$$

$$101,11_2 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 + 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2}$$

## ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

### Вспомогательные вопросы

1. Как вы думаете, откуда взяла начало система счисления с основанием 20, которой пользовались некоторые народы тёплых районов земли? А система счисления с основанием 12?
2. Сколько цифр необходимо для записи чисел в системе счисления с основанием 6, с основанием 3, с основанием 2?
3. Знаете ли вы какие-нибудь славянские или греческие цифры?
4. При каком арифметическом действии используются понятия делимое, делитель, частное, остаток, полное частное, неполное частное? Приведите примеры.
5. Можете ли вы рассказать что-нибудь о приспособлениях, которые использует или когда-то использовало человечество для облегчения вычислений?

Десятичная система счисления неудобна для использования в электронных машинах. Дело в том, что техническая реализация устройств



Для хранения одного двоичного разряда применяется специальное устройство – триггер, название которого происходит от английского слова *trigger* (*триггер* – защёлка, переключатель). Триггер может находиться в двух устойчивых состояниях – “отключён”, что соответствует цифре 0, и “включён”, что соответствует цифре 1.

Для перевода числа из двоичной системы в десятичную достаточно вспомнить разложение числа  $4578_{10}$  в виде суммы :  $4 * 10^3 + 5 * 10^2 + 7 * 10^1 + 8 * 10^0$ , где 10 – основание системы счисления, а показатели при числе 10 – номера цифр.

Аналогично распишем, например, число  $101101_2 \Rightarrow X_{10}$  ?

5 4 3 2 1 0

$$101101 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 45$$

Переведите число  $111001_2$  в десятичную систему счисления.

$$1110101_2 = 1 * 2^6 + 1 * 2^5 + 1 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^0 = 64 + 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 117_{10}$$

Ответ:  $1110101_2 = 117_{10}$

## **ВОСЬМЕРИЧНАЯ И ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНАЯ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ**

Общение с компьютером на языке двоичных чисел слишком неудобно. Представьте себе лист бумаги, а на нём написаны сотни и тысячи нулей и единиц, которые необходимо записать в ЭВМ! Мало того, что на эту работу уйдёт огромное время, но гораздо больше придётся потратить на поиск и исправление неизбежных ошибок. Для облегчения работы с двоичными числами создали использовать в качестве вспомогательного средства систему счисления с основанием восемь и шестнадцать. 8 и 16 – есть степени двойки, а значит перевод между ними и двоичной системой максимально прост.

$$8 = 2^3 \quad 16 = 2^4$$

Это значит, что восьмеричная цифра объединяет ровно 3 двоичных разряда, а шестнадцатеричная – 4.

### **Алгоритм перевода из двоичной системы счисления в восьмеричную (шестнадцатеричную).**

1. Сгруппировать двоичные разряды справа налево по три (четыре); если в старшей (т. е. самой левой) группе битов не хватает, то их можно дополнить слева незначащими нулями.
2. Заменить каждую из полученных групп соответствующей ей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.

$$11010_2 \Rightarrow 011\ 010_2 = \quad 11010_2 \Rightarrow 0001\ 1010 = 1A_{16}$$

Обратный переход еще проще: достаточно каждую восьмеричную (шестнадцатеричную) цифру заменить ее двоичным представлением,

дополняя его при необходимости до трех (четырех) двоичных цифр нулями слева

$$7DF = \underbrace{0111}_7 \underbrace{1101}_D \underbrace{1111}_F$$

Для записи шестнадцатеричных чисел необходимо 16 цифр. Первые десять цифр – это арабские цифры, а остальные шесть цифр – это первые буквы латинского алфавита: A, B, C, D, E, F:

Десятичная	Двоичная	Восьмеричная	Двоичная	Шестнадцатеричная
0	000	0	0000	0
1	001	1	0001	1
2	010	2	0010	2
3	011	3	0011	3
4	100	4	0100	4
5	101	5	0101	5
6	110	6	0110	6
7	111	7	0111	7
8	1000		1000	8
9	1001		1001	9
10	1010		1010	A
11	1011		1011	B
12	1100		1100	C
13	1101		1101	D
14	1110		1110	E
15	1111		1111	F

Используя эту таблицу, можно легко переводить восьмеричные (шестнадцатеричные) числа в двоичные и обратно.

### *ПЕРЕВОД ДЕСЯТИЧНЫХ ЧИСЕЛ В ДРУГИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ*

#### **Перевод целых чисел.**

1. Основание новой системы счисления выразить в десятичной системе счисления и все последующие действия производить в десятичной системе счисления;
2. Последовательно выполнять деление данного числа и получаемых неполных частных на основании новой системы счисления до тех пор, пока не получим неполное частное, меньшее делителя;
3. Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;

4. Составить число в новой системе счисления, записывая его начиная с последнего остатка.

### Перевод дробных чисел

1. Основание новой системы счисления выразить в десятичной системе счисления и все последующие действия производить в десятичной системе счисления;
2. Последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведений на основание новой системы до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равной нулю или не будет достигнута требуемая точность представления числа в новой системе счисления;
3. Полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;
4. Составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

**Пример:** Перевести десятичную дробь 0,1875 в двоичную и восьмеричную системы.

0	1875		0	1875
	* 2			* 8
0	3750		1	5000
	* 2			* 8
0	7500		4	0000
	* 2			
1	5000			
	* 2			
1	0000			

Вертикальная черта отделяет целые части чисел от дробных частей.

$$0,1875_{10} = 0,0011_2; \quad 0,1875_{10} = 0,14_8$$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ТЕМЕ «Системы счисления»

1. Символ в записи числа.
2. Назовите систему счисления с минимальным количеством используемых цифр.
3. Назовите двоичное число, на 1 большее двоичного числа 1011.
4. Назовите двоичное число, на 1 меньшее двоичного числа 1000.
5. Число, определяющее систему счисления.
6. Систему счисления, в которой значение цифры зависит от ее местоположения в числе, называют...
7. Как называется позиция в записи числа в позиционной системе счисления?
8. Сколько знаков используется для записи чисел в 12-ричной системе счисления?
9. Сколько буквенных цифр используется в 16-ричной системе счисления?
10. Приведите пример непозиционной системы счисления.
11. Как называется набор цифр в системе счисления или набор букв в языке?
12.  $5+3=?$  в 8-ричной системе счисления.
13.  $6+4=?$  в 16-ричной системе счисления.
14. 555 в двоичной системе счисления.
15. Является ли двоичное число 10100111001 четным?

### Практические задания

1. Для 5 букв латинского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв – из двух бит, для некоторых – из трех).

Эти коды представлены в таблице:

a	b	c	d	e
000	110	01	001	10

Определите какой набор букв закодирован двоичной строкой  
1100000100110

- 1) bade;
  - 2) badde;
  - 3) bacde;
  - 4) bacdb.
2. В системе счисления с некоторым основанием число 12 записывается в виде 110. Укажите это основание.
  3. Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 23 оканчивается на 2.

**ТЕСТ ПО ТЕМЕ:  
"Кодирование информации. Системы счисления"**

1. В зависимости от способа изображения чисел системы счисления делятся на:  
а) арабские и римские;  
б) позиционные и непозиционные;  
в) представление в виде ряда и в виде разрядной сетки.
2. Двоичная система счисления имеет основание:  
а) 10; б) 8; в) 2.
3. Для представления чисел в шестнадцатеричной системе счисления используются:  
а) цифры 0 - 9 и буквы А - F;  
б) буквы А - Q;  
в) числа 0 - 15.
4. В какой системе счисления может быть записано число 402?  
а) в двоичной; б) в троичной; в) в пятеричной.
5. Чему равно число DXXVII в десятичной системе счисления?  
а) 527; б) 499; в) 474.
6. Недостатком позиционной системы счисления является:  
а) сложно выполнить арифметические операции;  
б) ограниченное число символов, необходимых для записи числа;  
в) различное написание цифр у различных народов.
7. Даны системы счисления: 2-ая, 8-ая, 10-ая, 16-ая. Запись вида 352:  
а) отсутствует в двоичной системе счисления;  
б) отсутствует в восьмеричной;  
в) существует во всех названных системах счисления.
8. Какие цифры используются в шестеричной системе счисления?  
а) 0,6,5,2;  
б) 8,6,1,0;  
в) 0,3,2,1.
9. Какое минимальное основание должна иметь система счисления, если в ней можно записать числа: 341, 123, 222, 111.  
а) 3; б) 4; в) 5.
10. Когда  $2*2=11$ ?  
а) в двоичной системе счисления;  
б) в троичной системе счисления;  
в) в четверичной системе счисления.
11. Как записывается максимальное 4-разрядное положительное число в троичной системе счисления?  
а) 2222; б) 1111; в) 3333.
12. Цифры - это:  
а) символы, участвующие в записи числа;  
б) буквы, участвующие в записи числа;  
в) пиктограммы, участвующие в записи числа.

# ЛОГИКА В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКЕ

## ОБ ИСТОРИИ ЛОГИКИ

Термин логика происходит от древнегреческого *logos*, означающего “слово, мысль, понятие, рассуждение, закон”.

Умение рассуждать, логически мыслить, давать ответы на поставленные вопросы играет очень важную роль в жизни человека.

Но какое отношение логика имеет к ВТ и программированию? Самое непосредственное. Логика является теоретической основой современных ЭВМ сложных управляющих систем.

Логика приобретает важное прикладное значение:

- в области разработки специальных языков для баз данных и представления значений;
- является основой доказательного программирования;
- используется в логическом программировании (структуры логических доказательств);
- особое значение логика приобретает в вопросах, касающихся проблемам искусственного интеллекта (логический анализ);

В основе современной логики лежат умение, созданные ещё древнегреческими мыслителями. Основоположником формальной логики является Аристотель, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.

Логика- это наука правильно рассуждать, наука о формах и законах человеческого мышления.

Основоположником математической логики считают великого немецкого математика и философа Вильгельма Лейбница. Он пытался построить логические исчисления и впервые высказал мысль о возможности применения двоичной системы счисления в вычислительной математике.

Главная задача логики состоит в том, чтобы выявить какие способы рассуждения правильные, а какие нет.

Логика рассматривает три различные формы, в которых осуществляется мышление: понятие, суждение (высказывание) и умозаключение.

**Понятие** - это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, позволяющие отличать их от других. В понятии “схватывается” сущность предметов, их внутреннее содержание.

Пример: прямоугольник, компьютер, проливной дождь.

**Высказывание** - это формулировка своего понимания окружающего мира.

Высказывание является повествовательным предложением, в котором что-либо утверждается или отрицается, т.е высказывание может быть истинным или ложным. Истинные высказывания правильно отражает свойства и отношения реальных вещей.

Пример:

- 1) Буква “а” – гласная (истинное высказывание);
- 2) Компьютер был изобретен в середине XIX века (ложное высказывание);

Является ли предложение высказыванием (истинным или ложным)?

- 1) Послушайте следующую информацию;
- 2) Делайте утреннюю зарядку;
- 3) Париж – столица Англии;
- 4) Числа 7, 11, 13 – являются простыми;
- 5) Без труда не вытащишь рыбку из пруда;
- 6) Чему равно расстояние от Москвы до С-Петербурга.

**Умозаключение** - это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (значение или вывод).

Пример. Первое суждение: “Академик Ершов русифицировал из Паскаль”.

Второе суждение: “Язык Паскаль- структурный язык”.

**Умозаключение:** ”Академик Ершов русифицировал структурный язык”

Пример . Суждение: “Все углы равнобедренного треугольника равны”

Умозаключение: “Этот треугольник равнобедренный”

## ЛОГИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ, ОПЕРАЦИИ, ВЫРАЖЕНИЯ

Алгебра логики – это наука об общих операциях, которые выполняются не только над числами, но и над другими математическими объектами, в том числе и над высказываниями.

Алгебра логики принимает во внимание только истинность или ложность высказывания. В алгебре логики используются логические переменные, логические функции и логические операции.

**Логическая константа: ИСТИНА или ЛОЖЬ.**

**Логическая переменная:** символически обозначенная логическая величина латинскими буквами. Следовательно, если известно, что А, В, Х, Y и пр. – переменные логические величины, то это значит, что они могут принимать значения только ИСТИНА или ЛОЖЬ.

**Логическое выражение** – простое или сложное высказывание. Сложное высказывание строится из простых с помощью логических операций (связок ).

Составное высказывание - логическая функция, которая содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций.

Логическая функция (символическое обозначение):  $F(A, B)$ , где  $A$  и  $B$  - простые высказывания.

В алгебре логики, как и в обычной алгебре, вводится ряд операций. Базовые логические операции:

- Конъюнкция (логическое И - умножение) -  $\wedge$   $A \wedge B$
- Дизъюнкция (логическое ИЛИ - сложение) -  $\vee$   $A \vee B$
- Инверсия (логич. НЕ отрицание) -  $\neg A$  (не  $A$ )

Дополнительные: импликация, эквивалентность

Импликация – логическое следование  $A \rightarrow B$ , где  $A$  – условие,  $B$  – следование

Эквивалентность – логическое равенство

$A \equiv B$  или  $A \leftrightarrow B$ , читается  $A$  тогда и только тогда когда  $B$ .

Рассмотрим базовые логические операции.

**КОНЪЮНКЦИЯ (связываю )**, или логическое умножение;

- соответствует союзу И
- обозначается символом  $\&$ .

Высказывание  $A \& B$  истинно в том и только в том случае, когда одновременно истинны высказывания  $A$  и  $B$ .

Составим таблицу истинности.

Как это сделать?

Нам понадобится три столбца – для значений  $A$ ,  $B$  и  $A \& B$ . Строк нужно столько, сколько возможных сочетаний  $A$  и  $B$ . Ясно, что их четыре. Когда столбцы  $A$  и  $B$  заполнены, столбец  $A \& B$  заполняется в соответствии с определением.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A&amp;B</b>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Когда истинно высказывание  $A \& B$ ?

**ДИЗЪЮНКЦИЯ ( различаю)**, или логическое сложение;

- соответствует союзу ИЛИ
- обозначается символом  $\vee$ .

Высказывание  $A \vee B$  ложно в том и только том случае, когда одновременно ложны высказывания  $A$  и  $B$ .

Составим таблицу истинности.

<b>A</b>	<b>B</b>	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Когда ложно  
высказывание  
 $A \vee B$ ?

Рассмотренные выше операции были двухместными (бинарными), т.е. выполнялись над двумя операндами (высказываниями). В алгебре логики определена и широко применяется и одноместная (унарная) операция.

**ИНВЕРСИЯ (переворачиваю),** или отрицание;

- соответствует частице НЕ;
- обозначается символом  $\neg$  или надчеркиванием ( $\bar{A}$ ).

Высказывание  $\neg A$  истинно, когда  $A$  ложно, и ложно тогда, когда  $A$  истинно. Таблица истинности инверсии:

<b>A</b>	$\neg A$
0	1
1	0

**Логические операции имеют следующий приоритет:**

действие в скобках, инверсии, конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквивалентность

## ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

Введенные нами логические операции дают возможность из простых высказываний строить ложные. Всякое сложное высказывание принимает значение 1 или 0 в зависимости от значения простых высказываний, из которых оно построено.

Дадим точное определение таблицы истинности.

Таблицу, показывающую, какие значения принимают сложное высказывание при всех сочетаниях (наборах) значений входящих в него простых высказываний, называют **таблицей истинности** сложного высказывания.

Сложное высказывание часто называют **формулами логики высказываний**.

Построить таблицу истинности достаточно просто.

**Алгоритм построения таблицы истинности:**

- 1) подсчитать количество переменных  $n$  в формуле;
- 2) определить число строк в таблице  $m = 2^n$ ;
- 3) подсчитать количество логических операций в формуле;

- 4) установить последовательность выполнения логических операций с учетом скобок и приоритетов;
- 5) определить количество столбцов в таблице: число переменных + число операций;
- 6) выписать наборы входных переменных с учетом того, что они представляют собой натуральный ряд  $n$  – разрядных двоичных чисел от 0 до  $2^n - 1$ ;
- 7) провести заполнение таблицы истинности по столбикам, выполняя логические операции в соответствии с установленной в п. 4 последовательностью.

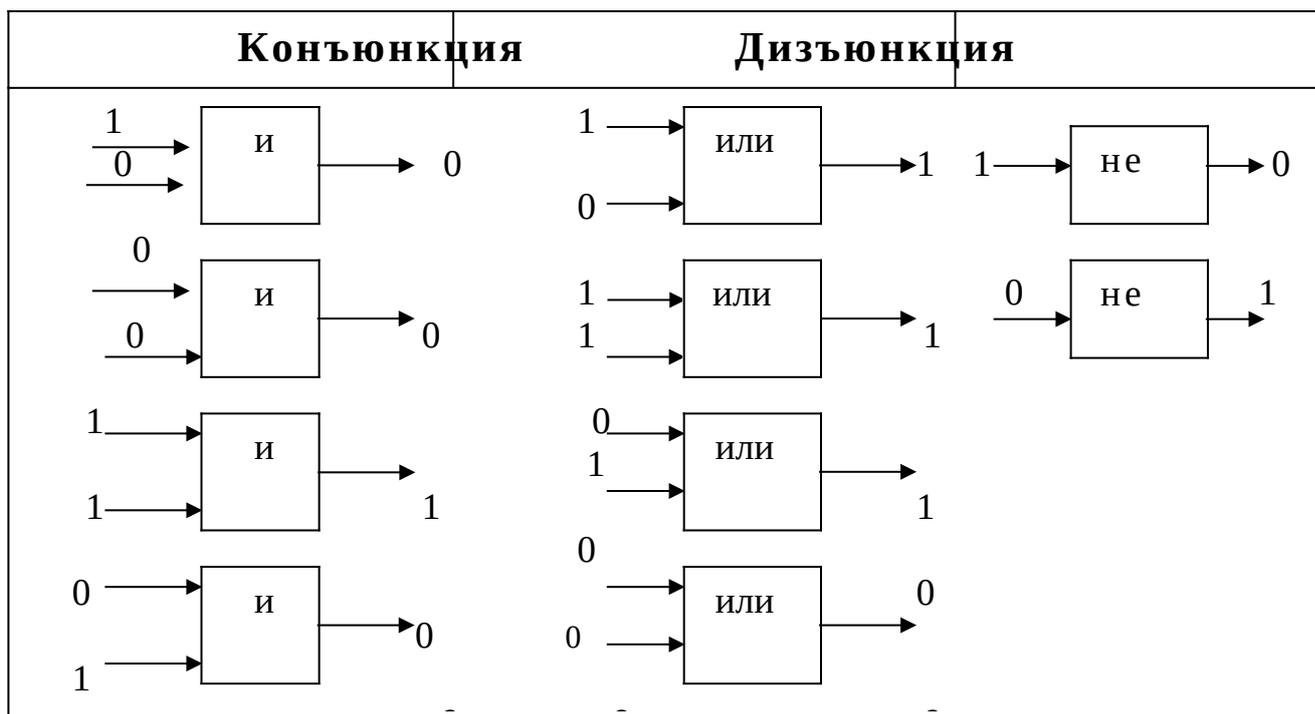
Для формулы  $A \& (O \vee \bar{O} \& \bar{U})$  построить таблицу истинности.

A	O	U	$\bar{O}$	$\bar{U}$	$\bar{O} \& \bar{U}$	$O \vee \bar{O} \& \bar{U}$	$A \& (O \vee \bar{O} \& \bar{U})$
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	1

## ЛОГИЧЕСКИЕ СХЕМЫ И ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Удобным способом представления логических выражений являются логические схемы. Вот так изображаются на таких схемах три основные логические операции:

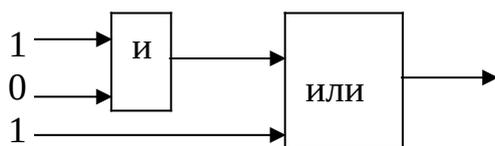
Схематическое изображение логических операций



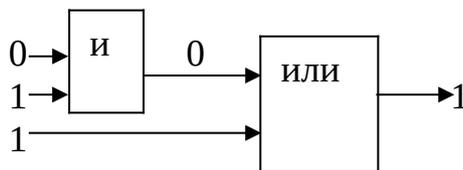
Цифры в начале входящих стрелок - логические операнды; цифры в конце выходящих стрелок - результаты операций.

Данная таблица - та же таблица истинности, только представленная в форме логических схем. В такой форме удобно изображать цепочки логических операций и производить их вычисления.

**Пример.** Для вычисления логического выражения: 1 или 0 и 1 нарисовать схему, отражающую последовательность выполнения логических операций. По схеме вычислить значение логического выражения.



Здесь наглядно отражено то, что первой выполняется операция и, затем или. Теперь в порядке слева - направо припишем к выходящим стрелкам результаты операций:

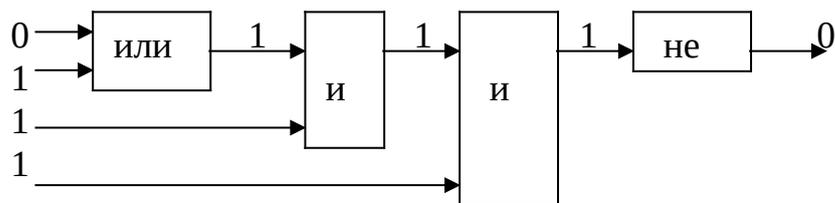


В результате получилась 1, т.е. «истина».

**Пример.** Дано выражение: не (1 и (0 или 1) и 1).

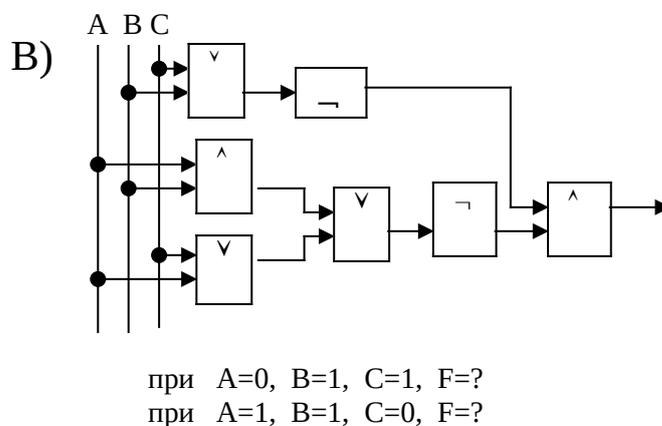
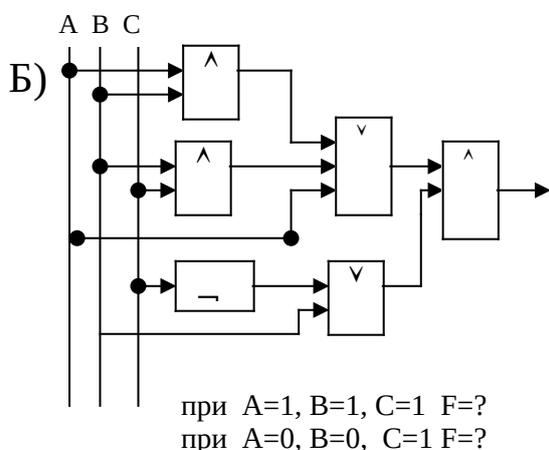
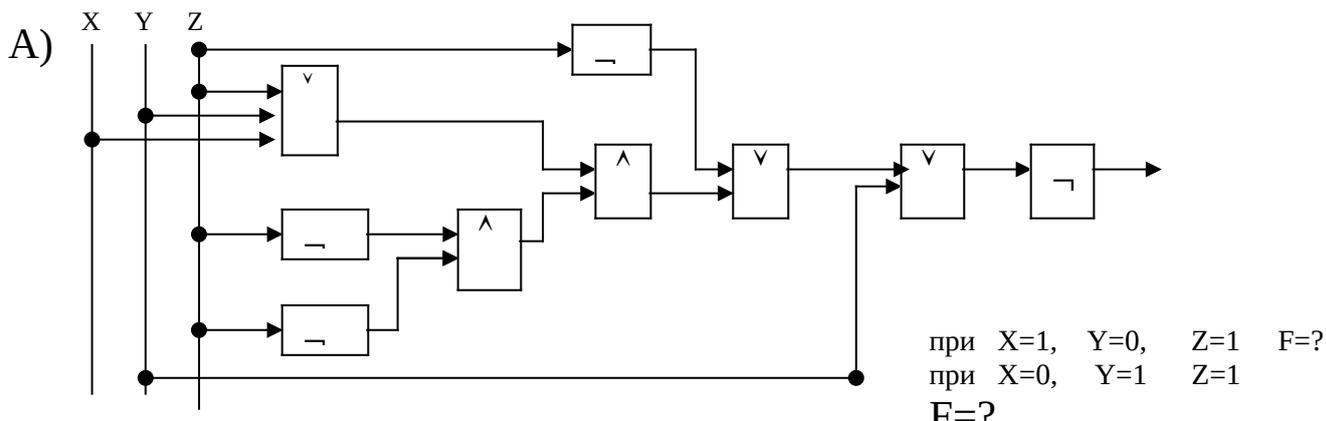
Вычислить значение выражения с помощью логической схемы.

Решение. Логическая схема с результатами вычислений выглядит так:



## ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. По логической схеме определить логическую функцию и найти значение :



2. Для следующих логических функций построить логические схемы и таблицы истинности. Определите, при каких значениях функция истина.

а)  $F(A,B,C) = (A \wedge B) \vee (\bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (\overline{A \wedge B \vee \bar{A}})$ ;

б)  $F(A,B,C) = (A \wedge B \wedge C) \vee (\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{A}) \vee (\overline{A \wedge B \vee \bar{A}})$ ;

### ТЕСТ по теме «Логика в вычислительной технике»

- Процесс, при котором из двух суждений выводится третье, называется:
  - суждение;
  - понятие;
  - умозаключение.
- Истинность суждения обозначается цифрой:
  - 1; б) 0; в) 10.
- Какие из предложений являются суждениями:

- а) Человек существо разумное;
  - б) В прямоугольном четырехугольнике все углы равны;
  - в) Сегодня будет урок информатики.
4. Составное суждение  $A \vee B$  считается истинным, если:
- а) истинно хотя бы одно из суждений;
  - б) истинны оба суждения;
  - в) ложны оба суждения.
5. Что такое конъюнкция:
- а) логическое сложение;
  - б) логическое отрицание.
6. Что называется инверсией?
- а) отрицание;
  - б) умножение;
  - в) сложение.
7. Сколько данных может входить в инвертор?
- а) один; б) два; в) два и более.
8. Сколько данных может входить в конъюнктор?
- а) один;
  - б) два;
  - в) два и более.
9. Какого действия нет в логических операциях?
- а) отрицание;
  - б) умножение;
  - в) деление;
  - г) сложение.
10. Что такое «дизъюнкция»?
- а) логическое сложение;
  - б) отрицание;
  - в) логическое деление;
  - г) логическое умножение.

## **БУЛЕВА АЛГЕБРА**

В 1847 г. английский математик Джордж Буль, преподаватель Коркского университета, разработал алгебру логики. Почти 100 лет эта алгебра не была известна широкому кругу пользователей. Лишь в 1958 году выдающийся американский математик и инженер Клод Шеннон обнаружил, что алгебра логики приложима к любым переменным, которые могут принимать только два значения ( включено – выключено; есть ток или нет тока). В результате алгебра логики явилась математической основой теории электрических и электронных переключательных схем, используемых в ЭВМ, поэтому её предпочитают называть не алгеброй логики, а Булевой алгеброй – по имени её создателя.

### ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Джордж Буль родился в Линкольне ( Англия ) в семье мелкого торговца.

Материальное положение его родителей было тяжелым, поэтому Джордж смог окончить только среднюю школу для детей бедняков; в других учебных заведениях он не учился. Этим, может быть, отчасти и объясняется, что, не связанный традицией, он пошел в науке собственным путем.

Буль самостоятельно изучил латынь, древнегреческий, немецкий и французский языки, изучил философские трактаты. С ранних лет Буль искал работу, оставляющую возможности для самообразования. После многих неудачных попыток Булю удалось открыть маленькую начальную школу, в которой он преподавал сам. Школьные учебники по математике привели его в ужас своей не строгостью и нелогичностью, Буль вынужден был обратиться к сочинениям классиков науки и самостоятельно проштудировал обширные труды Лапласа и Лагранжа.

В связи с этими занятиями у него появились первые самостоятельные идеи. Результаты своих исследований Буль сообщал в письмах профессорам математики ( Д. Грегори, А. де Моргану ) знаменитого Кембриджского университета и вскоре получил известность как оригинально мыслящий математик.

В 1849 г. в г. Корк ( Ирландия ) открыл новое учебное заведение – колледж, по рекомендации коллег – математиков Буль получил здесь профессию, которую сохранил до своей смерти ( 1864 г. ).

Только здесь он получил возможность не только обеспечить старость родителей, но и спокойно, без мыслей о хлебе насущном, заниматься наукой. Здесь же он женился на дочери профессора греческого языка Мери Эверест, которая много помогала Булю в работе и оставила после его смерти интересные воспоминания о своем муже; она стала матерью четырех дочерей Буля, одна из которых, Этель Лилиан Буль, в замужестве Войнич, - автор популярного в нашей стране романа “ Овод ”.

1	$A \equiv A(A = A)$	Закон тождества
2	$A \& \bar{A} = 0 \quad (A \cdot \bar{A} = 0)$	Закон непротиворечия
3	$A \vee \bar{A} = 1 \quad (A + \bar{A} = 1)$	Закон исключаящего

		третьего
4	$\overline{\overline{A}} = A$	Закон двойного отрицания
5	$A \& 0 = 0 \quad (A \cdot 0 = 0) \quad A \vee 0 = A \quad (A + 0 = 0)$	
6	$A \& 1 = A \quad (A \cdot 1 = A) \quad A \vee 1 = 1 \quad (A + 1 = 1)$	
7	$A \& A = A \quad (A \cdot A = A) \quad A \vee A = A \quad (A + A = A)$	
8	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B} \quad ; \quad A + B = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}; \quad \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B};$ $A \cdot B = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$	Закон Моргана
9	$\overline{(A \rightarrow B)} = A \& \overline{B} \quad (\overline{\overline{(A \rightarrow B)}} = A \cdot \overline{B})$	
10	$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B \quad (A \rightarrow B = \overline{A} + B)$	
11	$A \& (A \vee B) = A \quad (A \cdot (A + B) = A)$	Закон поглощения
12	$A \vee A \& B = A \quad (A + A \cdot B = A)$	Закон поглощения
13	$\overline{A} \& (A \vee B) = \overline{A} \cdot B \quad (\overline{A} \cdot (A + B) = \overline{A} \cdot B)$	
14	$A \vee \overline{A} \& B = A \vee B \quad (A + \overline{A} \cdot B = A + B)$	
15	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) \quad ((A + B) + C = A + (B + C))$ $(A \& B) \& C = A \& (B \& C) \quad ((A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C))$	Правило ассоциативности
16	$(A \& B) \vee (A \& C) = A \& (B \vee C)$ $((A \cdot B) + (A \cdot C) = A \cdot (B + C))$ $(A \vee B) \& (A \vee C) = A \vee (B \& C)$ $((A + B) \cdot (A + C) = A + (B \cdot C))$	Правило дистрибутивности
17	$A \vee A = A \quad (A + A = A)$ $A \& A = A \quad (A \cdot A = A)$	Правило идемпотентности
18	$A \vee B = B \vee A \quad (A + B = B + A)$ $A \& B = B \& A \quad (A \cdot B = B \cdot A)$	Правило коммутативности
19	$A \equiv B = A \& B \vee \overline{A \& B} = (\overline{A} + B) \& (A + \overline{B})$	

### **ЗАКОНЫ ЛОГИКИ БУЛЕВОЙ АЛГЕБРЫ**

В алгебре логики имеется ряд законов, позволяющих производить равносильные преобразования логических выражений, которые используются для решения логических задач.

Если логическое выражение содержит большое число операций, то составлять для него таблицу истинности достаточно сложно, так как приходится перебирать большое количество вариантов. В таких случаях формулы удобно привести к **нормальной форме**.

Формула имеет нормальную форму, если в ней отсутствуют знаки эквивалентности, импликации, двойного отрицания, при этом знаки отрицания находятся только при логических переменных.

Для приведения формулы к нормальной форме используют законы логики и правила логических преобразований.

**Пример.** Упростите логическое выражение  $F = \overline{(A \vee B)} \rightarrow \overline{(B \vee C)}$ .

Это логическое выражение необходимо привести к нормальной форме, т.к. в нём присутствует импликация и отрицание логической операции.

1. Избавимся от импликации и отрицания. Воспользуемся (9). Получится:

$$\overline{(A \vee B) \rightarrow (B \vee C)} = (A \vee B) \& \overline{(B \vee C)}$$

2. Применим закон двойного отрицания (4). Получим:

$$(A \vee B) \& \overline{\overline{(B \vee C)}} = (A \vee B) \& (B \vee C)$$

3. Применим правило дистрибутивности (16). Получим:

$$(A \vee B) \& (B \vee C) = (A \vee B) \& B \vee (A \vee B) \& C$$

4. Применим закон коммутативности (18) и дистрибутивности (16). Получим:

$$(A \vee B) \& B \vee (A \vee B) \& C = A \& B \vee B \vee A \& C \vee B \& C$$

5. Применим (7) и получим:

$$A \& B \vee B \vee A \& C \vee B \& C = A \& B \vee B \vee A \& C \vee B \& C$$

6. Применим (16), т.е. вынесем за скобки В. Получим:

$$A \& B \vee B \vee A \& C \vee B \& C = B \& (A \vee 1) \vee A \& C \vee B \& C$$

7. Применим (6). Получим:

$$B \& (A \vee 1) \vee A \& C \vee B \& C = B \vee A \& C \vee B \& C$$

8. Переставим местами слагаемые, сгруппируем и вынесем В за скобки.

Получим:

$$B \vee A \& C \vee B \& C = B \& (1 \vee C) \vee A \& C$$

9. Применим (6) и получим ответ:

$$B \& (1 \vee C) \vee A \& C = B \vee A \& C$$

**Ответ:**  $F = \overline{(A \vee B) \rightarrow (B \vee C)} = B \vee A \& C$

## ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Упростите выражения:

1)  $F = \overline{A \& B} \vee \overline{B \vee C}$ .

2)  $F = (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ .

3)  $F = A \& C \vee \overline{A} \& C$ .

4)  $F = \overline{A} \vee \overline{B} \vee \overline{C} \vee A \vee B \vee C$ .

5)  $F = \overline{X \& Y} \vee \overline{X \& Y}$

6)  $F = \overline{X} \& (\overline{Y} \vee X)$

7)  $F = (X \vee Y) \& (X \vee \overline{Z}) \& (\overline{Y} \vee Z)$

## РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Как правило, логические задачи формулируются на естественном языке. В этом случае в ходе решения необходимо соблюдать следующие этапы:

1. Внимательно изучить условие.
2. Выделить простые высказывания и обозначить их латинскими буквами.
3. Записать условие задачи на языке алгебры логики.
4. Составить конечную формулу, для этого объединить логическим умножением формулы каждого утверждения, приравнять произведение к единице.
5. Упростить формулу.
6. Проанализировать полученный результат или составить таблицу истинности, найти по таблице значения переменных, для которых значение функции равно 1.
7. Записать ответ.

**Пример.** Синоптик объявляет прогноз погоды на завтра и утверждают следующее:

- если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя.
- если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра.
- если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра.

Так какая же погода будет завтра?

**Решение:**

1. Выделим простые высказывания и запишем их через переменные:  
A – «Ветра нет».  
B – «Пасмурно».  
C – «Дождь».
2. Запишем логические функции (сложные высказывания).  
а) «Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя» -  
 $A \rightarrow B \& \bar{C}$   
б) «Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра» -  $C \rightarrow B \& A$   
с) «Если будет пасмурная погода, то будет дождь и не будет ветра» -  $B \rightarrow C \& A$
3. Запишем произведение указанных функций:  
 $(A \rightarrow B \& \bar{C}) \& (C \rightarrow B \& A) \& (B \rightarrow C \& A)$
4. Упростим формулу, используя законы логики:  
 $(A \rightarrow B \& \bar{C}) \& (C \rightarrow B \& A) \& (B \rightarrow C \& A) = \bar{A} \& \bar{B} \& (\bar{C} \vee B \& A) =$   
 $\bar{A} \& \bar{B} \& \bar{C} \vee \bar{A} \& \bar{B} \& B \& A = \bar{A} \& \bar{B} \& \bar{C}$
5. Приравняем результат к единице:  $\bar{A} \& \bar{B} \& \bar{C} = 1$
6. Проанализируем результат: логическое произведение равно 1, если каждый множитель равен 1. Поэтому:  $\bar{A} = 1, \bar{B} = 1, \bar{C} = 1$ . Значит:  $A=0, B=0, C=0$ .
7. **Ответ:** погода будет ясная, без дождя, но ветреная.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Маша, Саша и Миша во время летней практики нашли старинную амфору и показали учителю истории. Он попросил высказать каждого из них предположения о том, что эта за амфора. Ребята сказали: Маша: «Это амфора греческая и изготовлена в V веке». Саша: «Это амфора финикийская и изготовлена в III веке». Миша: «Это амфора не греческая и изготовлена в IV веке». Каждый из ребят оказался прав только в одном предположении. Где и в каком веке была изготовлена амфора?
2. Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель, хорошо знавший этих ребят, высказал следующие предположения:
  - а) Аня пойдет в кино только тогда, когда пойдут Вика и Сергей;
  - б) Аня и Сергей пойдут в кино вместе или же оба останутся дома;
  - в) Чтобы Сергей пошёл в кино, необходимо, чтобы пошла Вика.Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибся: из трёх его утверждений истинными оказались только два. Кто из названных ребят пошел в кино?

**Указания к задаче.** Функция будет иметь следующий вид:  $F = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z}$ , где  $X, Y, Z$ - высказывания, описывающие факты, приведенные в условии задачи. Преобразуйте указанную функцию по частям, т.е. каждое слагаемое по отдельности, затем проведите анализ полученных результатов.
3. Кто из абитуриентов играет в шахматы, если известно, что:
  - а) если играет Андрей или Виктор, то Сергей не играет;
  - б) если Виктор не играет, то играет Сергей и Дмитрий;
  - в) Сергей играет.
4. Андрей, Аня и Маша решили пойти в кино. Каждый из них высказал свои пожелания по поводу выбора фильма: Андрей сказал: «Я хочу посмотреть французский боевик». Маша сказала: «Я не хочу смотреть французскую комедию». Аня сказала: «Я хочу посмотреть американскую мелодраму». Каждый из них слукавил в одном из двух пожеланий. На какой фильм пошли ребята?

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Информатика. Задачник-практикум в 2т./ Под ред. И.Г.Семакина, Е.К.Хеннера: Том 1. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 1999 г.
2. Подписка газет «Информатика» 1999-2001гг.
3. Симонович С.В., Евсеев Г.А., Алексеев А.Г. Общая информатика: Учебная пособие для средней школы. – М.: АСТ-ПРЕСС: Инфорком-Пресс, 1998.